Inteligência Artificial

Aula 08 – Lógica de Primeira Ordem

Tiago Alves de Oliveira
toliveira@divinopolisuemg.com.br

Agente Baseado em Conhecimento

- O componente central de um agente baseado em conhecimento é sua **base de conhecimento**.

- A base de conhecimento é formada por um conjunto de **sentenças** expressadas através de uma **linguagem lógica** de representação de conhecimento.

- Deve ser possível adicionar novas sentenças à base e consultar o que se conhece. Ambas as tarefas podem envolver **inferência** (derivação de novas sentenças a partir de sentenças antigas).

Limitações da Lógica Proposicional

- Muito simples para representar o conhecimento de ambientes complexos de uma forma concisa.

- Falta de capacidade de expressão para descrever um ambiente com muitos objetos.

  - **Exemplo em linguagem natural:**
    - "quadrados adjacentes a poços possuem brisa"

  - **Em lógica proposicional:**
    - $B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$ - (Seria necessário declarar todas as salas!)

Linguagem Natural

- **Objetos:** pessoas, casas, números, cores, jogos, séculos...

- **Relações:**
  - **Unárias:** propriedades de um objeto.
    - Exemplo: vermelho, redondo, falso
  - **n-árias:** relacionam grupos de objetos.
    - Exemplo: irmão de, maior que, interior a, parte de...
  - **Funções:** um objeto está relacionado a exatamente um objeto.
    - Exemplo: pai de, melhor amigo de, terceiro turno de, uma unidade maior que...

- Linguagem da **lógica de primeira ordem** é elaborada em torno de objetos e relações.

Lógica de Primeira Ordem

- Principal **diferença** entre lógica proposicional e a lógica de primeira ordem é o **compromisso ontológico**, ou seja, o que cada linguagem pressupões sobre a natureza da realidade:
  - **Lógica Proposicional:** pressupõe que existem fatos que são válidos ou não-válidos no mundo.
  - **Lógica de Primeira Ordem:** pressupõe que o mundo consiste em objetos com certas relações entre eles que são válidas ou não-válidas.

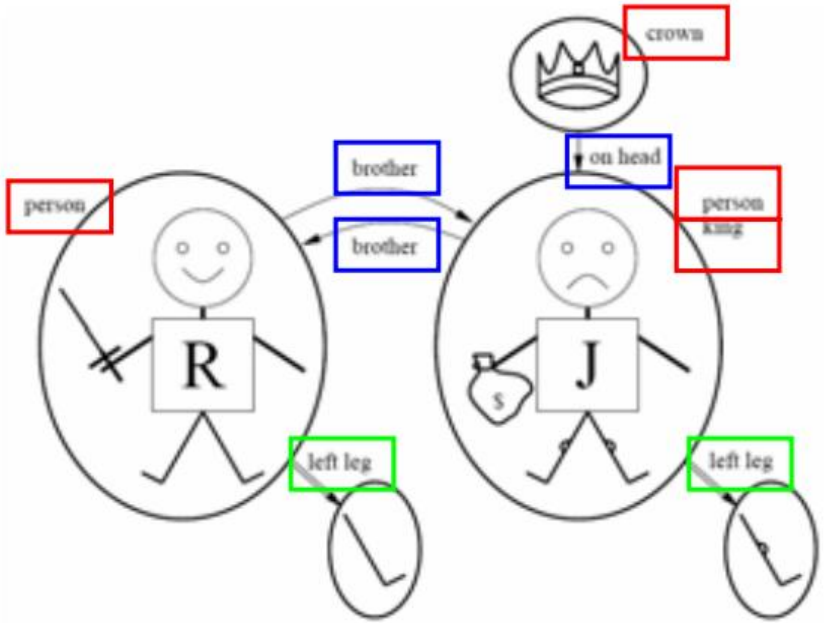
Modelo em Lógica de Primeira Ordem

- Exemplo: Ricardo Coração de Leão, rei da Inglaterra de 1189 a 1199 e seu irmão mais jovem, o perverso rei João, que governou de 1199 a 1215:

Relações unárias (propriedades)

Relações binárias (pares de objetos)

Funções (objeto relacionado a exatamente um objeto)



Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Símbolos** - Começam com letras maiúsculas e podem ser de três tipos:
  - **Símbolos de constantes:** Representam objetos.
    Exemplo: Ricardo e João
  - **Símbolos de predicados:** Representam relações.
    Exemplo: Irmão, NaCabeça, Pessoa
  - **Símbolos de funções:** Representam funções.
    Exemplo: PernaEsquerda

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Interpretação** - Especifica quais objetos, relações e funções são referidos pelos símbolos de constantes, predicados e funções:

- Interpretação pretendida:
  - Ricardo se refere a “Ricardo Coração de Leão”
  - João se refere ao “perverso rei João”
  - Irmão se refere à “relação de fraternidade”
  - NaCabeça se refere à relação “na cabeça” que é válida entre a coroa e o rei João
  - Pessoa, Rei e Coroa se referem aos conjuntos de objetos que são pessoas, reis e coroas
  - PernaEsquerda se refere à função “perna esquerda”.

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Sentenças atômicas** são formadas a partir de um símbolo de predicado seguido por uma lista de termos entre parênteses. Exemplos:
  - Irmão(Ricardo, João)
  - Casado(Pai(Ricardo), Mãe(João))
- Uma sentença atômica é verdadeira em um modelo, sob uma dada interpretação, se a relação referida pelo símbolo de predicado é válida entre os objetos referidos pelos argumentos.

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Sentenças complexas** podem ser formadas pelo uso de conectivos lógicos, da mesma maneira que na lógica proposicional.

- Exemplos:

  - ¬Irmão(PernaEsquerda(Ricardo), João)
  - Irmão(Ricardo,João) $\wedge$ Irmão(João, Ricardo)
  - Rei(Ricardo) $\vee$ Rei(João)
  - ¬Rei(Ricardo) $\Rightarrow$ Rei(João)

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Quantificadores** (∀, ∃) são utilizados para expressar propriedades de coleções inteiras de objetos.

- **Quantificador Universal (∀):** "Para todo..." $\forall_x$ P, onde P é qualquer expressão lógica, afirma que P é verdadeira para todo objeto x.

  Exemplo:

  $\forall_x$ Rei(x) ⇒ Pessoa(x)

- **Quantificador Existencial (∃):** "Para algum..." $\exists_x$ P afirma que P é verdadeira para pelo menos um x.

  Exemplo:

  $\exists_x$ Rei(x)

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Quantificadores aninhados** são usados em sentenças complexas compostas.
- Exemplos:
  - $\forall x \; \forall y$ Irmão(x,y) $\Rightarrow$ Parente(x,y)
    - "Irmãos são parentes"
  - $\forall x,y$ Parente(x,y) $\Leftrightarrow$ Parente(y,x)
    - "Parente é uma relação simétrica"
  - $\forall x \; \exists y$ Ama(x,y)
    - "Todo mundo ama alguém"
  - $\exists y \; \forall x$ Ama(x,y)
    - "Existe alguém que é amado por todo mundo"

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- Os quantificadores (∀, ∃) estão **conectados** um ao outro por meio de negação.

- Exemplos:

  - ∀x ¬Gosta(x,Cenouras) ≡¬∃x Gosta(x,Cenouras)

    “todo mundo detesta cenouras” ≡ “não existe alguém que goste de cenouras”

  - ∀x Gosta(x,Sorvete) ≡¬∃x ¬Gosta(x,Sorvete)

    “todo mundo gosta de sorvete” ≡ “não existe alguém que não goste de sorvete”

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- Em lógica de primeira ordem pode-se usar o símbolo de **igualdade** para fazer declarações afirmando que dois termos se referem ao mesmo objeto.

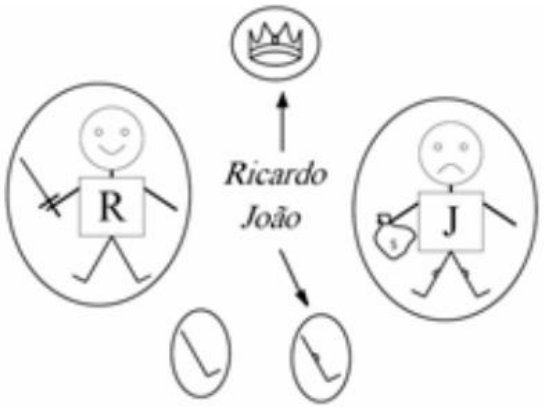
- Exemplo:
  - Pai(João) = Henrique

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

Sentença → SentençaAtômica
| (Sentença Conectivo Sentença)
| Quantificador Variável, ...Sentença
| ¬Sentença
SentençaAtômica → Predicado(Termo,...) | Termo=Termo
Termo → Função (Termo,...)
| Constante
| Variável
Conectivo →⇒ | ∧ | ∨ | ⇔
Quantificador →∀ | ∃
Constante → A | X1 | João | ...
Variável → a | x | s | ...
Predicado → Antes | TemCor | Chovendo | ...
Função → Mãe | PernaEsquerda | ...

Semântica da Lógica de Primeira Ordem

- Se existem 5 objetos, existem 25 interpretações para os símbolos Ricardo e João.



- Número de modelos pode ser ilimitado (pode incluir, por exemplo os números reais). Logo, o número de modelos possível é ilimitado.

- **Verificar consequência lógica pela enumeração de todos os modelos não é uma opção**.

Exemplo - Parentesco

- **Objetivo:**

  Determinar o parentesco de grupos de pessoas.
- **Fatos:**

  “Elizabeth é a mãe de Charles”, “Charles é o pai de William”
- **Regras:**

  “a avó de uma pessoa é a mãe do pai de uma pessoa”
- **Objetos:**

  Pessoas
- **Predicados unários:**

  Masculino e Feminino
- **Predicados (relações de parentesco):**

  Ancestral, Parente, Irmão, ...
- **Funções:**

  Mãe e Pai (cada pessoa tem apenas um de cada)

Exemplo - Parentesco

- A mãe de alguém é o ancestral feminino de alguém
  - $\forall_{m,c}$ Mãe(c)=m $\Leftrightarrow$ Feminino(m) $\wedge$ Ancestral(m,c)
- O marido de alguém é o cônjuge masculino de alguém
  - $\forall_{w,h}$ Marido(h,w) $\Leftrightarrow$ Masculino(h) $\wedge$ Cônjuge(h,w)
- Masculino e feminino são categorias disjuntas
  - $\forall_{x}$ Masculino(x) $\Leftrightarrow\neg$Feminino(x)

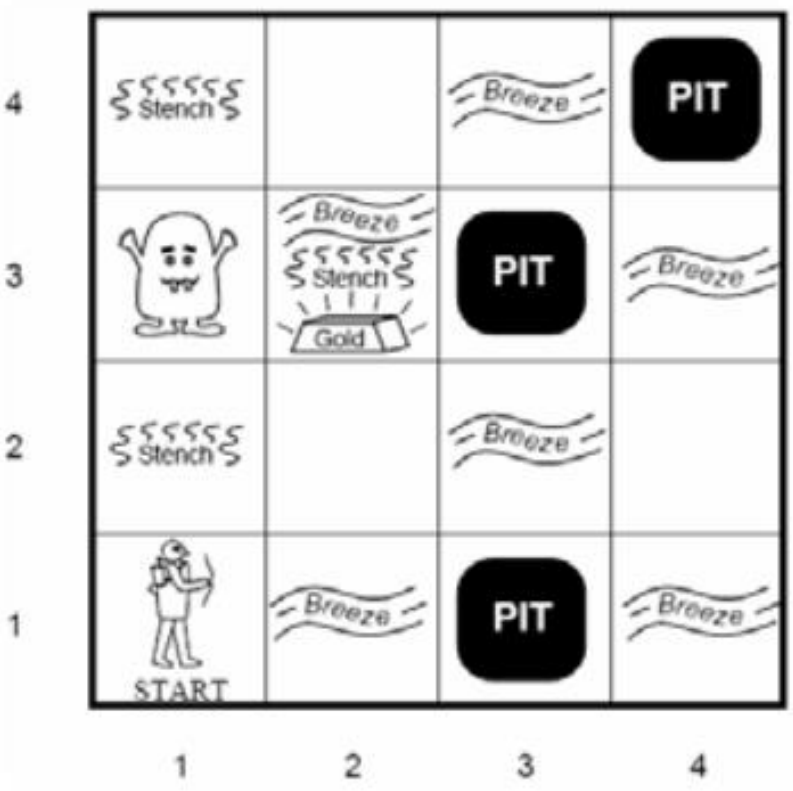
Exemplo - Parentesco

- Ancestral e descendente são relações inversas
  - $\forall_{p,c}$ Ancestral(p,c) $\Leftrightarrow$ Descendente(c,p)
- Avô é um pai do pai de alguém
  - $\forall_{g,c}$ Avô(g,c) $\Leftrightarrow \exists_p$ Pai(g,p) $\wedge$ Pai(p,c)
- Um parente é outro descendente dos ancestrais de alguém
  - $\forall_{x,y}$ Parente(x,y) $\Leftrightarrow$ x $\neq$ y $\wedge$ $\exists_p$ Ancestral(p,x) $\wedge$ Ancestral(p,y)

Exemplo - Wumpus

- **Estrutura da Base de Conhecimento:**
  - São armazenadas as sentenças representando as percepções do agente e a hora em que elas ocorreram.
  - Fedor, Brisa e Resplendor são constantes inseridas em uma lista.
    - Exemplo: Percepção ([Fedor, Brisa, Resplendor, Nenhum, Nenhum], 5)
  - Ações:
    - Virar(Direita), Virar(Esquerda), Avançar, Atirar, Agarrar, Soltar.
- **Consultas:**
  - ∃x MelhorAção(x,5)
  - ASK deve retornar uma lista de vinculação como {a/Agarrar}

Exemplo - O Mundo de Wumpus



Exemplo - Wumpus

- Os dados brutos da percepção implicam certos fatos sobre o estado atual.

  Exemplos:

  - $\forall_{t,s,g,m,c}$ Percepção([s,Brisa,g,m,c],t) ⇒ Brisa(t)
  - $\forall_{t,s,b,m,c}$ Percepção([s,b,Resplendor,m,c],t) ⇒ Resplendor(t)

- Comportamentos simples podem ser implementados por sentenças de implicação quantificadas.

  Exemplo:

  - $\forall_{t}$ Resplendor(t) ⇒ MelhorAção(Agarrar,t)

Exemplo - Wumpus

- Adjacência de dois quadrados:
  - $\forall_{x,y,a,b}$ Adjacente([x,y],[a,b]) $\Leftrightarrow$ [a,b] $\in$ {[x+1,y], [x-1,y], [x,y+1], [x,y-1]}
- Se o agente estiver em um quadrado e perceber uma brisa, então esse quadrado é arejado:
  - $\forall_{s,t}$ Em(Agente,s,t) $\wedge$ Brisa(t) $\Rightarrow$ Arejado(s)

Exemplo - Wumpus

- **Regras de diagnóstico:** algumas causas ocultas do ambiente conduzem a novas percepções.

  - $\forall_s$ Arejado(s) $\Rightarrow \exists_r$ Adjacente(r,s) $\wedge$ Poço(r)
  - $\forall_s$ $\neg$Arejado(s) $\Rightarrow \neg \exists_r$ Adjacente(r,s) $\wedge$ Poço(r)

Construção da Base de Conhecimento

(1) Identificar a tarefa;

(2) Agregar conhecimento relevante;

(3) Definir um vocabulário de predicados, funções e constantes;

(4) Codificar o conhecimento geral sobre o domínio;

(5) Codificar uma descrição da instância específica do problema;

(6) Formular consultas ao procedimento de inferência e obter respostas;

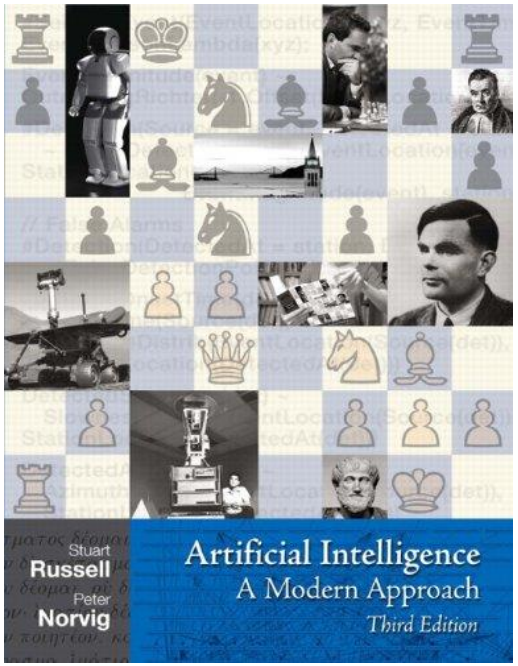
(7) Depurar a base de conhecimento;

Prolog

- O Prolog é uma linguagem de programação baseada em lógica de primeira ordem.
- Não é padronizada.
- Algumas implementações: SICStus Prolog, Borland Turbo Prolog, **SWI-Prolog**...
- Geralmente é interpretado, mas pode ser compilado.

Leitura Complementar

- Russell, S. and Norvig, P. **Artificial Intelligence: a Modern Approach**, 3nd Edition, Prentice-Hall, 2009.



- **Capítulo 8: First-Order Logic**

- **Capítulo 9: Inference in First-Order Logic**